

有限深两层流体中振荡球形潜体的水动力特性*

杜明明 尤云祥** 魏 岗 缪国平

上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200030

摘要 研究了有限深两层流体中潜浮式球形结构物的辐射问题. 在势流理论框架内, 基于多极展开理论, 提出了两层流体中振荡球形潜体的附加质量和阻尼系数的计算方法, 进行了数值计算分析, 并且与均匀流中的情况进行比较. 结果表明在球形潜体的某个振荡频率范围内, 流体的分层效应对球形潜体的附加质量和阻尼系数有重要的影响. 同时, 对球形潜体振荡产生的自由面和内界面位移场及流域内速度矢量场进行了数值分析.

关键词 两层流体 内波 附加质量 阻尼系数 位移场 速度矢量场

潜浮式球体是广泛应用于港口海岸工程、海洋工程、船舶工程等领域的常见结构, 如潜艇、海洋营救装置及勘探设备等. 目前, 对海洋工程中结构物的经济性、安全性, 尤其是海洋油气设备的安装、潜艇定位的稳定性与安全性的设计要求日益增加, 这些都要求设计人员不仅要研究结构物的整体受力, 还要对其水动力特性有足够的了解. 因此, 对于潜浮式球形结构物水动力特性的研究具有十分重要的工程意义, 而且一直是人们十分关心的研究领域. 这类问题的研究, 通常在线性势流理论中, 将流体中的速度势分解为物体不动的绕射势和物体运动产生的辐射势, 通过绕射势可以求得物体上的波浪激励力, 而通过辐射势可以求得物体的附加质量和阻尼系数, 最后, 由物体的运动方程来确定物体的运动幅值^[1]. 在流体密度均匀分布的前提下, 对潜浮式球形结构物与水平圆柱潜体的水动力特性已经有了大量研究. Ursell^[2]首先提出多极展开方法, 研究了水平圆柱潜体的表面兴波问题, Thorne^[3]进一步对无限深和有限深海洋中球体进行了研究. Lopes等^[4]研究了有限深水中潜浮式球体的辐射与绕射问题, Matiur Rahman^[5]应用多极展开理论, 进一步研究了有限深水中球形潜体产生速

度场及自由面上的位移场.

需要指出的是, 以上关于潜浮式球形结构物水动力特性的研究都是在海水密度均匀分布的前提下考虑的. 然而, 在实际海洋中, 由于海水温度和盐度分布的不均匀性, 海水的密度是不均匀的, 存在着很显著的密度分层现象, 此现象在河口、湖泊和海岸地区也十分常见. 在海水密度层化的海洋中, 不仅存在着表面波, 而且还存在着内波. 与表面波相比, 内波通常频率较小, 波速较低, 但波长很长而且波幅很大. 内波在传播过程中, 通常会携带巨大的能量, 因此在内波与表面波的共同作用下, 海洋工程结构物的水动力特性就会与只受到表面波作用时的水动力特性有较大的差异, 这就对现有的海洋工程水动力性能理论提出了挑战, 因为现有的海洋工程水动力性能理论, 主要是建立在海水密度均匀分布的基础之上的, 无法准确描述在海水层化前提下海洋工程结构物的水动力性能, 因此建立并发展在密度层化的海洋中的水动力学理论, 在各种海洋工程能够安全实施中是具有迫切需求的.

对密度分层的海洋, 经常使用的简化是采用两层模式, 即把连续分层的海洋看做是密度均匀的两层, 两层间密度有突变. 与均匀流体的情况不同,

2006-06-22 收稿, 2006-10-13 收修改稿

* 国家自然科学基金(批准号: 10572092, 50323004)和高等学校博士点基金资助项目

** 通信作者, E-mail: youyx@sjtu.edu.cn

对两层流体中的入射波, 会以两种不同模式的波数传播, 一种是表面波模式, 一种是内波模式. Sturova^[6]对圆柱潜体水波绕射问题的研究表明, 当某一种模式的入射波浪遇到结构物时, 两种模式的波浪都会被散射, 而且入射波模式波浪的能量, 有一部分会转化为另一模式波浪的能量. Linton 等^[7,8]对下层无限深的两层流体中潜浮式圆柱体和球体的辐射和绕射问题进行求解, 表明海水层化对物体的水动力系数影响是不可忽略的, 物体越接近密跃层, 影响越显著. Sturova^[9]对上层加刚盖的有限深两层流体中水平圆柱体的辐射与绕射问题进行了研究, 并得出了相类似的结论. Yeung^[10]等基于面元法, 对有限深两层流体中浮式方驳水动力问题的研究进一步表明, 在某个频率范围内, 流体的分层效应对水面浮式结构物的水动力作用力的影响是不可忽视的. 然而, 对于实际应用中最普遍的含有自由面的有限深两层流体中潜浮式球体的辐射与绕射问题, 迄今还没有相关文献报道, 这正是本文要研究的问题.

本文针对有限深两层流体中潜浮式球体的辐射情况进行了理论分析, 将球体振荡运动分为垂荡和横荡两种模式, 在线性势流理论框架内, 基于多极展开理论, 建立了求解两层流体中振荡球体速度势的理论模型, 对球体的附加质量与阻尼系数进行了数值计算分析, 并且与球体在单层流体中振荡产生的附加质量和阻尼系数进行比较, 进而对流体的分层现象对球体附加质量与阻尼系数的影响规律进行了分析. 同时, 对球形潜体振荡产生的自由面和内界面位移场及流域内速度矢量场进行了数值分析.

1 问题的提法

设有一理想不可压缩且无旋的两层流体, 上层流体的深度和密度分别为 h_1 和 $\rho^{(1)}$, 下层流体的深度和密度分别为 h_2 和 $\rho^{(2)}$, 两层流体的密度比为 $\gamma = \rho^{(1)}/\rho^{(2)}$, 总水深 $h = h_1 + h_2$. 在两层流体中, 有一半径为 a 的球体, 它要么完全潜浮于上层流体中, 要么完全潜浮于下层流体中, 并且以圆频率 ω 作小振幅垂荡和横荡运动. 建立直角坐标系 $oxyz$, 使得 oz 轴垂直向上, oxy 平面与两层流体的未扰内界面重合, 如图 1 所示.

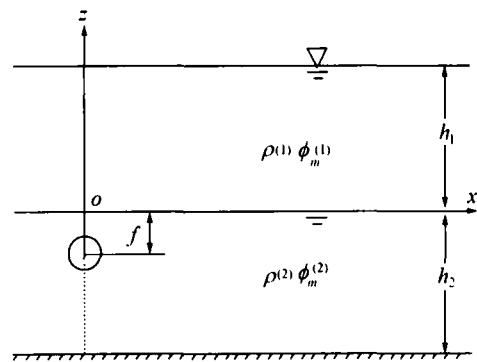


图 1 潜浮式球体及坐标系

设 $\Phi^{(1)}$ 和 $\Phi^{(2)}$ 分别为上层和下层流体中的总速度势, 在线性化的前提下, 它可以分解为

$$\Phi^{(j)}(x, y, z, t) = \text{Re}[-i\omega \sum_{m=0}^{\infty} \xi_m \phi_m^{(j)}(x, y, z) e^{-i\omega t}], \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

其中, ξ_0 和 ξ_1 分别为球体的垂荡和横荡振幅, $\phi_0^{(j)}$ 和 $\phi_1^{(j)}$ 分别为在单位振幅下的垂荡和横荡运动辐射势的空间部分.

第 m 个振荡运动模式的速度势 $\phi_m^{(j)}$ 需要满足如下的定解条件,

$$\nabla^2 \phi_m^{(j)} = 0, \quad j = 1, 2 \quad (\text{在流域内}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi_m^{(1)}}{\partial z} = K \phi_m^{(1)}, \quad K = \frac{\omega^2}{g} \quad (\text{在 } z = h_1 \text{ 上}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi_m^{(2)}}{\partial z} = 0 \quad (\text{在 } z = -h_2 \text{ 上}) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi_m^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial \phi_m^{(2)}}{\partial z} \quad (\text{在 } z = 0 \text{ 上}) \quad (5)$$

$$\gamma \left(\frac{\partial \phi_m^{(1)}}{\partial z} - K \phi_m^{(1)} \right) = \frac{\partial \phi_m^{(2)}}{\partial z} - K \phi_m^{(2)} \quad (\text{在 } z = 0 \text{ 上}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi_m^{(j)}}{\partial n} = n_m \quad (\text{在球体表面 } S \text{ 上}) \quad (7)$$

其中, g 为重力加速度, n 为球体表面的单位内法线方向, n_0 和 n_1 分别为 n 在 oz 轴和 ox 轴上的分量.

球形潜体振荡时在自由面和内界面上的位移 $\zeta^{(j)}$ 可由下面表达式确定:

在自由面上

$$\Phi_i^{(1)} + g\zeta^{(1)} = 0, \quad z = h_1 \quad (8)$$

在内界面上

$$\Phi_z^{(1)} = \Phi_z^{(2)} = \zeta_r^{(2)}, \quad z = 0 \quad (9)$$

作用在球体上的辐射力 $F = (F_0, F_1)$ 可以表示为

$$F_j = \sum_{i=0}^1 \xi_i \tau_{ji}, \quad j = 0, 1 \quad (10)$$

$$\tau_{ji} = \rho^{(s)} \omega^2 \int_S \phi_i^{(s)} n_j ds = \omega^2 \mu_{ji} + i\omega \lambda_{ji} \quad (11)$$

其中, μ_{ji} 和 λ_{ji} 分别为附加质量和阻尼系数, 当球体位于上层流体中时, 取 $s=1$, 当球体位于下层流体中时, 取 $s=2$.

设球体的中心坐标为 $(0, 0, f)$, 当 $f < 0$ 时, 表示球体在下层流体中, 而当 $f > 0$ 时, 表示球体在上层流体中. 定义中心在 $(0, 0, f)$ 的球坐标系为

$$x = r \sin\theta \cos\alpha = R \cos\alpha, \quad y = r \sin\theta \sin\alpha = R \sin\alpha, \quad z - f = r \cos\theta \quad (12)$$

如果 $f < 0$, 那么要求 $a < \min\{h_2 + f, -f\}$; 如果 $f > 0$, 那么要求 $a < \min\{h_1 - f, f\}$.

在球坐标系(12)中, 球体表面 S 的单位内法线方向为 $\mathbf{n} = (-\sin\theta \cos\alpha, -\sin\theta \sin\alpha, -\cos\theta)$, 由此可得

$$\langle \tau_{0m}, \tau_{1m} \rangle = -\rho^{(s)} \omega^2 a^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \phi_m^{(s)}(n_0, n_1) \sin\theta d\theta d\alpha, \quad m = 0, 1 \quad (13)$$

2 多极展开方法

对前面所述辐射问题, 可以采用多极展开方法进行求解. 为此需要分球体在下层流体和上层流体中两种情况进行讨论.

2.1 球形潜体在下层流体中

定义上层和下层流体中的多极势如下

$$\phi_{n,m}^{(1)} = \frac{a^{n+1}}{(n-m)!} \int_0^{+\infty} k^n A(k) (\nu(k) \sinh k(z-h_1) + \cosh k(z-h_1)) J_m(kR) dk \quad (14)$$

$$\phi_{n,m}^{(2)} = \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n^m(\cos\theta) + \frac{a^{n+1}}{(n-m)!} \int_0^{+\infty} k^n (B(k)e^{k(z-f)} + C(k)e^{-k(z-f)}) J_m(kR) dk \quad (15)$$

其中, $\nu(k) = \omega^2 / gk$, $P_n^m(\cos\theta) = \sin^m\theta d^m P_n(\cos\theta) / d(\cos\theta)^m$, $P_n(x)$ 为 Legendre 多项式.

上层流体中的多极势(14)已经满足自由面条件(3), 为了使下层流体中的多极势(15)满足底部条件(4), 并使上下层流体中的多极势满足内界面条件(5)和(6), 需要利用如下关系式

$$\frac{P_n^m(\cos\theta)}{r^{n+1}} = \frac{1}{(n-m)!} \int_0^{+\infty} k^n e^{-k(z-f)} J_m(kR) dk, \quad z > f \quad (16a)$$

$$\frac{P_n^m(\cos\theta)}{r^{n+1}} = \frac{(-1)^{m+n}}{(n-m)!} \int_0^{+\infty} k^n e^{k(z-f)} J_m(kR) dk, \quad z < f \quad (16b)$$

那么, 经过比较复杂的运算可得

$$A(k) = \frac{-\nu(k)}{Z(k) \cosh kh_1 \cosh kh_2 (e^{-k(h_2+f)} + e^{k(h_2+f)})} ((-1)^{m+n}) \quad (17)$$

$$B(k) = \frac{-Q(k)}{2Z(k) \cosh kh_2} ((-1)^{m+n} e^{-kh_2} + e^{k(h_2+2f)}) \quad (18)$$

$$C(k) = \frac{-1}{2Z(k) \cosh kh_2} ((-1)^{m+n} e^{-k(h_2+2f)} V(k) + Q(k) e^{-kh_2}) \quad (19)$$

其中

$$Z(k) = (1 + \gamma t_1 t_2) [\nu(k)]^2 - (t_1 + t_2) \nu(k) + (1 - \gamma) t_1 t_2 \quad (20)$$

$$(Q, V) = \pm (1 \mp \gamma t_1) [\nu(k)]^2 + (1 \mp t_1) \nu(k) - (1 - \gamma) t_1 \quad (21)$$

式中, $t_1 = \tanh kh_1$, $t_2 = \tanh kh_2$.

根据如上构造的多极势, 可以将上层和下层流体中的辐射势表示为

$$\phi_m^{(j)} = a \cos \alpha \sum_{n=1}^{\infty} b_{n,m} \phi_{n,m}^{(j)}$$

$$m = 0, 1, \quad j = 1, 2 \quad (22)$$

那么, 由(22)式所表示的辐射势满足自由面条件(3), 底部条件(4), 以及内界面条件(5)和(6).

$$v(k) = \frac{t_1 + t_2 + (-1)^{n+1} \cdot \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4(1 - \gamma)t_1 t_2 (1 + \gamma t_1 t_2)}}{2(1 + \gamma t_1 t_2)}, \quad n = 1, 2 \quad (23)$$

为了利用物面条件(7), 需要用到如下关系式

$$e^{\pm k(z-f)} J_m(kR) = (\pm 1)^m \sum_{s=m}^{+\infty} \frac{(\pm kr)^s}{(s+m)!} P_s^m(\cos\theta) \quad (24)$$

由上式可知, 速度势(15)可表示为

$$\phi_{n,m}^{(2)} = \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n^m(\cos\theta) + \sum_{s=m}^{+\infty} A_{ns}^m \left(\frac{r}{a}\right)^s P_s^m(\cos\theta) \quad (25)$$

其中

$$A_{ns}^m = \frac{a}{(n-m)!(s+m)!} \cdot \left[\int_0^{+\infty} (ak)^{n+s} (B(k) + (-1)^{m+s} C(k)) dk + i\pi \sum_{i=1}^2 (ak_i)^{n+s} (B^0(k_i) + (-1)^{m+s} C^0(k_i)) \right] \quad (26)$$

式中, 求和号中的上标“0”表示相应函数在极点 $k=k_i (i=1, 2)$ 处的留数.

应用物面条件(7), 可得

$$\frac{\partial \phi_m^{(2)}}{\partial r} = P_1^m(\cos\theta) \cos \alpha, \quad r = a \quad (27)$$

由(22), (27)式可得

$$b_{s,m} - \frac{s}{s+1} \sum_{n=1}^{s-1} A_{ns}^m b_{n,m} = -\frac{\delta_{1s}}{2},$$

$$s \geq 1, \quad m = 0, 1 \quad (28)$$

需要特别指出的是, 在(14), (15)式中的积分表示通过两个单重极点 $k=k_1$ 和 $k=k_2$ 下方的路径积分, 其中 k_1 和 k_2 为方程 $z(k)=0$ 的两个正实数根, 即如下色散关系的正实数根:

将(22)式代入(13)式, 可得

$$\tau_{mm} = -\frac{4}{3} \pi \rho^{(2)} a^3 \omega^2 (b_{1,m} + \sum_{n=1}^{+\infty} A_{n1}^m b_{n,m}) \quad (29)$$

再由(28)式可得

$$\tau_{mm} = -\frac{4}{3} \pi \rho^{(2)} a^3 \omega^2 (1 + 3b_{1,m}), \quad m = 0, 1 \quad (30)$$

2.2 球形潜体在上层流体中

定义上层和下层流体中的多极势如下

$$\phi_{n,m}^{(1)} = \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n^m(\cos\theta) + \frac{a^{n+1}}{(n-m)!} \int_0^{+\infty} k^n \cdot (B(k)e^{k(z-f)} + C(k)e^{-k(z-f)}) J_m(kR) dk \quad (31)$$

$$\phi_{n,m}^{(2)} = \frac{a^{n+1}}{(n-m)!} \int_0^{+\infty} k^n A(k) \cosh k(z+h_2) J_m(kR) dk \quad (32)$$

下层流体中的多极势(32)已经满足底部条件(4), 由自由面条件(3), 内界面条件(5)和(6), 以及关系式(16)可得

$$A(k) = \frac{-\gamma v(k)}{z(k) \cosh kh_2 \cosh kh_1} ((1+v(k))e^{k(h_1-f)} + (-1)^{n+m} (1-v(k))e^{k(h_1-f)}) \quad (33)$$

$$B(k) = \frac{1+v(k)}{2z(k) \cosh kh_1} (V(k)e^{k(2f-h_1)} + (-1)^{n+m} Q(k)e^{-kh_1}) \quad (34)$$

$$C(k) = \frac{Q(k)}{2z(k) \cosh kh_1} ((1+v(k))e^{-kh_1} + (-1)^{n+m} (1-v(k))e^{-k(2f-h_1)}) \quad (35)$$

其中

$$(Q, V) = t_2 - v - \gamma t_2 (1 + \nu) \quad (36)$$

根据如上构造的多极势, 可以将上层和下层流体中的辐射势表示为

$$\begin{aligned} \phi_m^{(j)} &= a \cos m \alpha \sum_{n=1}^{\infty} b_{n,m} \phi_{n,m}^{(j)} \\ m &= 0, 1, \quad j = 1, 2 \end{aligned} \quad (37)$$

那么, 由(37)式所表示的辐射势 ϕ_m 满足自由面条件(3), 底部条件(4), 以及内界面条件(5)和(6).

由(24)式可知, (31)式可以改写为

$$\phi_{n,m}^{(1)} = \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n^m(\cos\theta) + \sum_{s=m}^{+\infty} A_{n,s}^m \left(\frac{r}{a}\right)^s P_s^m(\cos\theta) \quad (38)$$

应用物面条件(7), 可得

$$\frac{\partial \phi_m^{(1)}}{\partial r} = P_1^m(\cos\theta) \cos m \alpha, \quad r = a \quad (39)$$

由(37), (39)式可得

$$\begin{aligned} b_{s,m} - \frac{s}{s+1} \sum_{n=1}^{+\infty} A_{n,s}^m b_{n,m} &= -\frac{\delta_{1s}}{2}, \\ s &\geq 1, \quad m = 0, 1 \end{aligned} \quad (40)$$

将(37)式代入(13)式, 可得

$$\tau_{mm} = -\frac{4}{3} \pi \rho^{(1)} a^3 \omega^2 (b_{1,m} + \sum_{n=0}^{\infty} A_{n1}^m b_{n,m}) \quad (41)$$

再由(40)式可得

$$\tau_{mm} = -\frac{4}{3} \pi \rho^{(1)} a^3 \omega^2 (1 + 3b_{1,m}), \quad m = 0, 1. \quad (42)$$

3 结果与分析

对无限维的线性系(28)和(40), 需要采用截断方法进行求解. 为此, 需要将它们截断为一个 $N \times N$ 的线性方程组进行求解. 对辐射势的多极展开级数(22)和(37), 它们的收敛性是很快的. 经过大量

的计算表明, 当 $N=6$ 时, 截断项的影响通常已经很小了. 因此, 在下面的所有计算中, 均取 $N=6$. 在下面的计算中, 自由面位移 $\zeta^{(1)}$ 和内界面位移 $\zeta^{(2)}$ 已经以 a 无因次化, 附加质量已经以 $4\pi\rho^{(1)} a^3/3$ 无因次化, 而阻尼系数则已经以 $4\pi\rho^{(1)} \omega a^3/3$ 无因次化.

首先考虑在两种振荡运动模式下, 球形潜体的附加质量和阻尼系数. 为此, 保持球形潜体中心到底部的距离 d 以及总水深 h 不变, 让两层流体的内界面位置发生变化, 一方面考察两层流体内界面与球形潜体位置的变化对附加质量和阻尼系数的影响, 另一方面也便于同均匀流体的情况进行比较, 以考察流体的分层效应对附加质量和阻尼系数的影响. 在下面的计算中, 密度比 $\gamma=0.97$, 总水深取为 $h/a=10$, 当球形潜体在下层流体中时, 取 $d/a=3$, $h_2/a=4.25, 4.5$ 和 5 , $f/a=-1.25, -1.5$ 和 -2 ; 当球形潜体在上层流体中时, 取 $d/a=7$, h_1/a 为 $4.25, 4.5$ 和 5 , f/a 为 $1.25, 1.5$ 和 2 .

在图2中给出了当球形潜体在下层流体中时, 在两种振荡运动模式下的附加质量与阻尼系数随着 f/a 变化的结果, 在图3中给出了当球形潜体在上层流体中时, 在两种振荡运动模式下的附加质量与阻尼系数随着 f/a 变化的结果, 同时与单层流体的情况进行了比较. 由图可知, 在某个频率范围内, 流体的分层效应对球形潜体的横荡和垂荡运动附加质量与阻尼系数的影响是显著的, 而且随着球形潜体中心到两层流体内界面距离的减小, 这种影响更加显著. 由图还可以进一步发现, 与均匀流体的情况相比, 在两种振荡运动模式下, 对球形潜体的阻尼系数, 在某个频率范围内都会发生明显增大的现象, 对球形潜体的附加质量, 在某个频率范围内都会发生明显增大的现象, 但随着无因次频率 Ka 的增大都会发生明显减小的现象.

在下面的算例中, 进一步考察球形潜体作垂荡和横荡运动时, 在自由面和内界面上产生的波形分布. 为此, 取上下层流体的深度为 $h_1/a=h_2/a=5$, 当球形潜体位于下层流体中时取 $f/a=-1.5$, 而当球形潜体位于上层流体中时取 $f/a=2$. 一般地, 在两层流体中, 当球形潜体在一个给定频率下振荡时, 无论是在自由面还是在内界面上, 都会产生两

种不同模式的辐射波。在自由面上，主要是表面波模式的波形分布；在内界面上，两种模式的波形可以同时存在，当振荡频率较大时，主要是表面波模式的波形，而当振荡频率较小时，不仅有表面波模式的波形，还有内波模式的波形。

首先考察球形潜体在无因次频率 $Ka=0.5$ 时，其振荡运动在自由面和内界面上产生的波形分布，结果如图 4 和图 5 所示。由图可知，无论是在自由面还是在内界面上，内波模式的波形几乎是不可见的，而主要表现为表面波模式的波形分布。

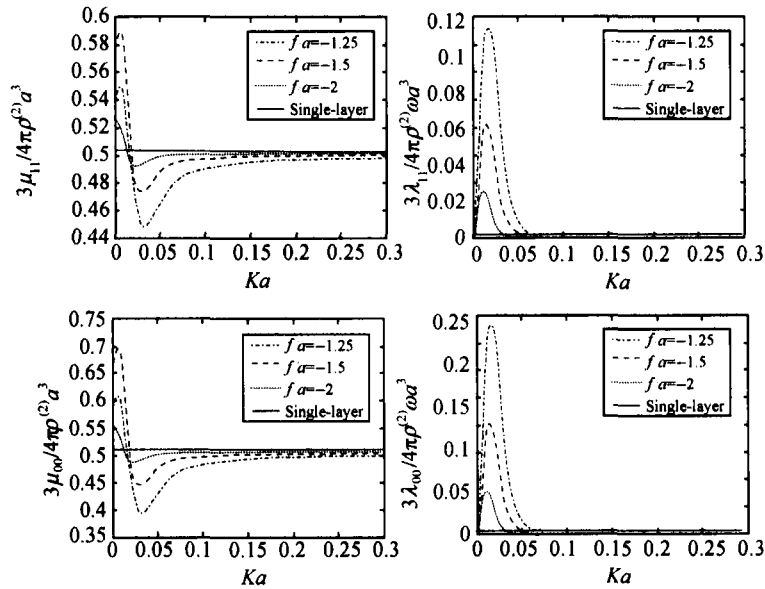


图 2 在下层流体中时，球形潜体的横荡(上)和垂荡(下)运动模式下的附加质量(左)与阻尼系数(右)
其中 $h/a=10$, $d/a=3$

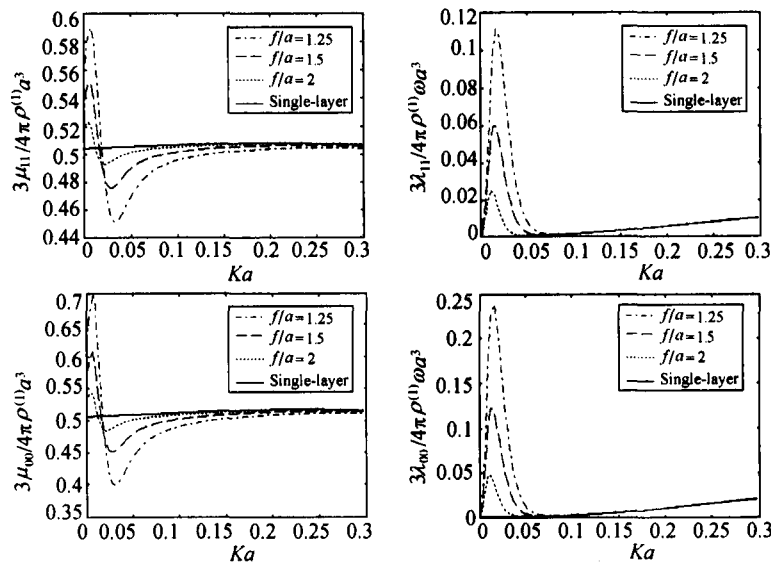


图 3 在上层流体中时，球形潜体的横荡(上)和垂荡(下)运动模式下的附加质量(左)与阻尼系数(右)
其中 $h/a=10$, $d/a=7$

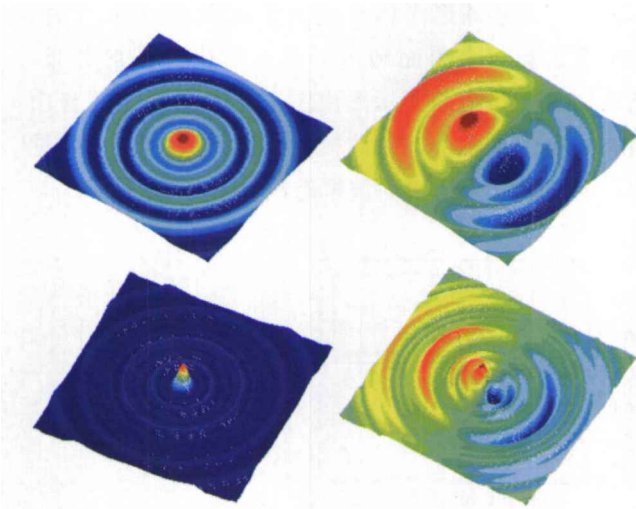


图4 球形潜体在下层流体中时,其垂荡(左)和横荡(右)产生的自由面(上)和内界面(下)波形
其中 $Ka=0.5$, $t=0$, $h_1/a=h_2/a=5$, $f/a=-1.5$

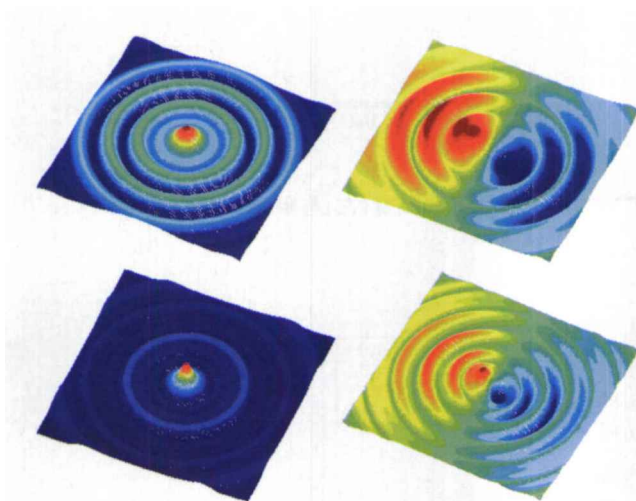


图5 球形潜体在上层流体中时,其垂荡(左)和横荡(右)产生的自由面(上)和内界面(下)波形
其中 $Ka=0.5$, $t=0$, $h_1/a=h_2/a=5$, $f/a=2$

接下来考察球形潜体在无因次频率 $Ka=0.05$ 时,其振荡运动在自由面和内界面上产生的波形分布,结果如图6和图7所示.由图可知,在自由面上和内界面上,不仅可以看到表面波模式的波形,还可以看到内波模式的波形;但在自由面上,内波模式的波幅要远比表面波模式的波幅小,而在内界面上,表面波模式的波幅要比内波模式的波幅小.

下面进一步考察在无因次频率 $Ka=0.5$ 时,

球形潜体振荡运动在流域内产生的速度矢量场分布.在图8和图9中,分别给出了球形潜体的横荡与垂荡运动产生的速度场在 xoz 剖面内分布.由图可知,球形潜体垂荡运动产生的速度场呈对称分布,而横荡运动产生速度场呈反对称分布,而且在球形潜体中心所在的水平面附近流体的速度分布较大.

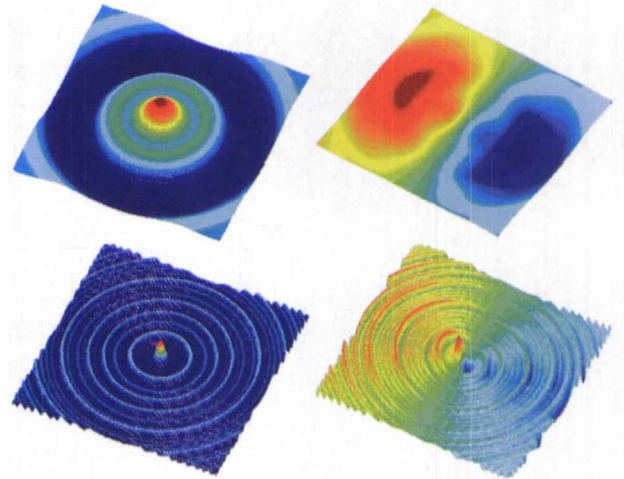


图6 球形潜体在下层流体中时,其垂荡(左)和横荡(右)产生的自由面(上)和内界面(下)波形
其中, $Ka=0.05$, $t=0$, $h_1/a=h_2/a=5$, $f/a=-1.5$

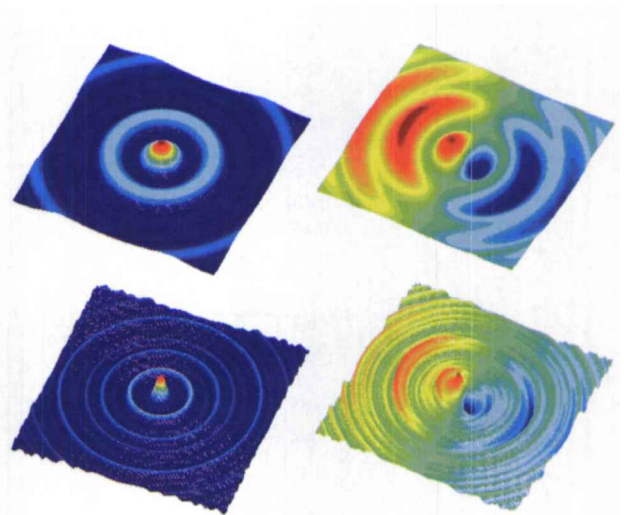


图7 球形潜体在上层流体中时,其垂荡(左)和横荡(右)产生的自由面(上)和内界面(下)波形
其中, $Ka=0.05$, $t=0$, $h_1/a=h_2/a=5$, $f/a=2$

最后考察在无因次频率 $Ka=0.05$ 时,球形潜体振荡运动在流域内产生的速度矢量场分布.结果

如图10和图11所示。由图可知，与无因次频率 Ka 较大的情况相比，当无因次频率 Ka 较小时，球形潜体的振荡运动不仅在其中心所在水平面附近会产生较大的速度场分布，而且在两层流体的内界面附近也会产生较大的速度场分布。发生这种现象的主要原因是，在无因次频率 Ka 较小时，球形潜体振荡运动在两层流体的界面上会产生波幅很大的内波模态的波动所致。

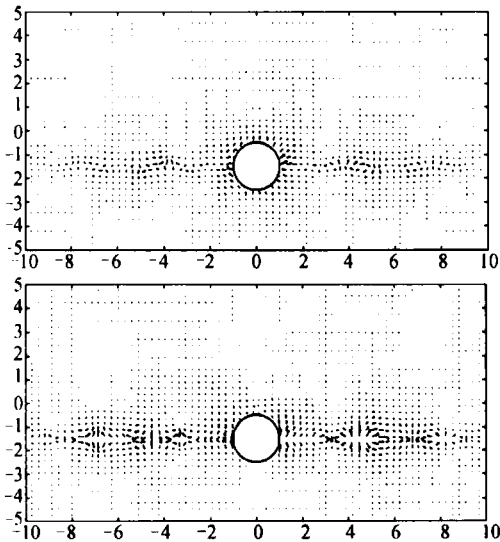


图8 球形潜体在下层流体中时，其垂荡(上)和横荡(下)产生的在 xoz 剖面内的速度场
其中， $Ka=0.5$ ， $t=0$ ， $h_1/a=h_2/a=5$ ， $f/a=-1.5$

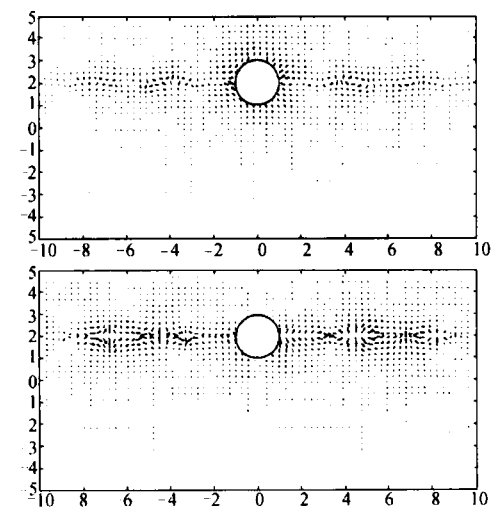


图9 球形潜体在上层流体中时，其垂荡(上)和横荡(下)产生的在 xoz 剖面内的速度场
其中， $Ka=0.5$ ， $t=0$ ， $h_1/a=h_2/a=5$ ， $f/a=2$

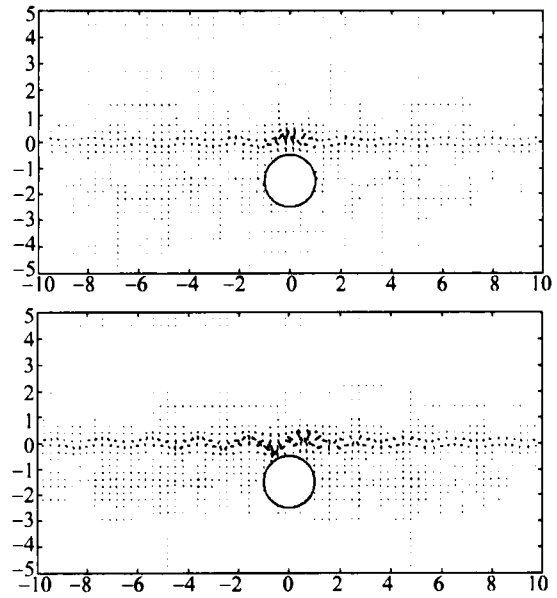


图10 球形潜体在下层流体中时，其垂荡(上)和横荡(下)产生的在 xoz 剖面内的速度场
其中， $Ka=0.05$ ， $t=0$ ， $h_1/a=h_2/a=5$ ， $f/a=-1.5$

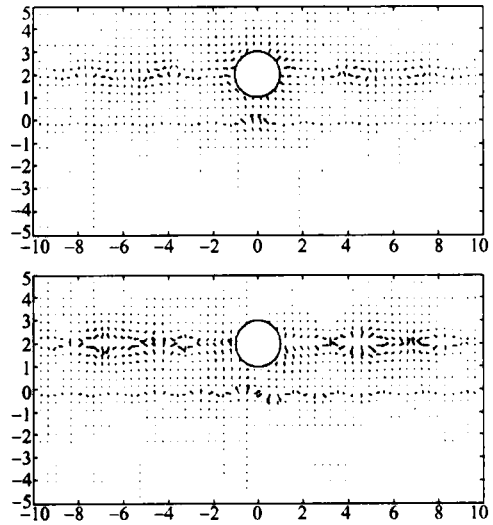


图11 球形潜体在上层流体中时，其垂荡(上)和横荡(下)产生的在 xoz 剖面内的速度场
其中， $Ka=0.05$ ， $t=0$ ， $h_1/a=h_2/a=5$ ， $f/a=2$

4 结论

针对两层流体中球形潜体的横荡与垂荡辐射问题，在线性势流理论框架中，建立了多极展开理论方法，得到了速度势的解析表达式，给出了附加质量和阻尼系数的计算公式。

对球形潜体的横荡与垂荡附加质量和阻尼系数进行了计算分析,并与单层流体的情况进行比较.研究表明了,在某个频率范围内,流体的分层效应对球形潜体的附加质量与阻尼系数是有显著影响的,而且随着球形潜体中心到两层流体内界面距离的减小,这种影响更加显著.由此可见,流体的分层效应在船舶、海洋和海岸工程的实践中是应当引起重视的因素.

对球形潜体的横荡与垂荡辐射运动引起的自由面和内界面波形,以及垂直剖面内的速度场进行了分析.研究表明了,对给定振荡频率,在两层流体中,球形潜体的振荡运动会在自由面和内界面上产生两种不同模态的辐射波.在自由面上主要表现为表面波模态的波动,内波模态波动的波幅是很小的;当振荡频率较小时,在内界面上,两种模态的波动将同时存在,而且内波模态的波幅要比表面波模态的波幅大.当振荡频率较大时,球形潜体振荡运动产生的速度场分布在其中心所在水平面附近较大;当振荡频率较小时,球形潜体振荡运动产生的速度场分布在两层流体内界面附近较大.

参 考 文 献

- 1 李玉成, 腾 斌. 波浪对海上建筑物的作用(第二版). 北京: 海洋出版社, 2002
- 2 Ursell F. On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid. *O J Mech Appl Math*, 1949, 2: 218—231
- 3 Thorne RC. Multiple expansions in the theory of surface waves. *Proc Camb Phil Soc*, 1953, 49: 709—716
- 4 Lopes DBS. Hydrodynamic coefficients of a submerged pulsating sphere in finite depth. *Ocean Engng*, 2002, 29: 1391—1398
- 5 Matiur Rahman. Simulation of diffraction of ocean waves by a submerged sphere in finite depth. *Appl Ocean Res*, 2001, 23: 305—317
- 6 Sturova IV. Scattering of surface and internal waves on a submerged body. *Computational Technology*, 1993, 2: 30—45
- 7 Linton CM, McLver P. The interaction of waves with horizontal cylinder in two-layer fluid. *J Fluid Mech*, 1995, 304: 213—229
- 8 Cadby JR, Linton CM. Three-dimensional water-wave scattering in two-layer fluid. *J Fluid Mech*, 2000, 423: 155—173
- 9 Sturova IV. Problems of radiation and diffraction for a circular cylinder in a stratified fluid. *Fluid Dynamics*, 1999, 34: 512—533
- 10 Yeung RW, Nguyen T. Radiation and diffraction of waves in a two-layer fluid. In: *Proceedings of 22nd Symposium on Naval Hydrodynamics*, ONR, 1999, 875—887